# RECOMENDACIONES POST ONE CENSAL 2010, CON RECURSOS TIC
# MATEMÁTICA

**MATEMÁTICA**
**FUNCIÓN CUADRÁTICA**

## I. PUNTO DE PARTIDA

La centralidad de la noción de función en Matemática y en su enseñanza es reconocida y aceptada en los diferentes ámbitos vinculados con la enseñanza de esta disciplina. Tal es así que en las últimas décadas su presencia se ha sostenido en todos los años de la Escuela Secundaria, y continúa en las materias específicas de los estudios superiores y universitarios. Una de las razones puede hallarse en su potencial modelizador en problemas matemáticos y extramatemáticos como así también en su carácter de eje estructurante que permite enlazar ramas matemáticas diversas: Álgebra, Trigonometría, Probabilidades, Estadística, Geometría y Análisis.

La enseñanza de este tema supone, tal como se señala en los NAP de 9º año:
interpretar gráficos y fórmulas que modelicen funciones cuadráticas atendiendo a diferentes situaciones

Partiendo de este aprendizaje, y en el marco del enfoque de enseñanza que sustentan dichos documentos curriculares, deberá completarse y profundizarse el estudio de este tema en los años posteriores, de modo tal que un egresado de este nivel educativo haya transitado por propuestas de enseñanza que contemplen las cuestiones que se describen a continuación.

## II. PREGUNTAS PARA RETOMAR EL TRABAJO

Existe una multiplicidad de razones por las cuales los aprendizajes pueden no ser los esperados. Algunas de ellas escapan al ámbito escolar estricto y si bien los docentes acompañan a sus alumnos en un sentido amplio de compromiso con su formación y crecimiento personal, a veces sus intervenciones pueden ser insuficientes para resolver algunas cuestiones o resultar limitadas frente a la severidad de los problemas que afronta.

En esta oportunidad, se focalizará la atención en el trabajo pedagógico que es posible realizar para que los estudiantes mejoren y enriquezcan sus conocimientos sobre los temas que les han resultado más difíciles de comprender.
Las preguntas que formulamos a continuación pueden orientar una revisión de la enseñanza anterior y contribuir a la programación de nuevas propuestas de enseñanza que permitan superar las dificultades detectadas.

¿Se propusieron problemas en los que las nociones a aprender constituían una herramienta necesaria para su resolución, es decir, problemas que otorgaran sentido a la utilización de dichas nociones?
¿Se generaron instancias de reflexión acerca de los procedimientos utilizados y los resultados obtenidos?
¿Se promovieron las discusiones entre pares a fin de confrontar diferentes resoluciones?
¿Las intervenciones docentes apuntaron a vincular las producciones de los alumnos con las nociones que se están aprendiendo?
¿Se generó un trabajo reflexivo respecto de las nociones en estudio en cuanto objetos matemáticos?
¿Se gestionaron avances en las explicaciones y argumentaciones de los alumnos, hacia las formas propias de validación de esta disciplina?
¿Se incluyeron instancias tendientes a la consolidación y al estudio de las nociones abordadas?
¿Qué recursos facilitadores del aprendizaje se utilizaron? ¿Qué otros pueden utilizarse?

En la búsqueda de alternativas superadoras, también es necesario formularse preguntas puntuales, como las siguientes:

¿Se propusieron problemas que promovían la elaboración de fórmulas de funciones cuadráticas para modelizar diferentes situaciones y fenómenos?
¿Se favoreció el estudio de las características de las variables involucradas y su dependencia y variabilidad?
¿Se analizaron diferentes formas de representación de las funciones cuadráticas (tabla de valores, fórmulas, gráfica,) estableciendo ventajas y desventajas de las mismas, en función del problema planteado?
¿Se propusieron actividades tendientes al análisis de las variaciones de las gráficas de diversas funciones cuadráticas, de acuerdo a las variaciones de sus fórmulas?
¿Se incluyeron problemas que implicaban la interpretación del dominio y del codominio en un determinado contexto? ¿Se promovió una tarea similar para el estudio del vértice y de las raíces?
¿Se promovió el tratamiento de las ecuaciones de segundo grado a partir de la función cuadrática?
¿Se presentaron situaciones orientadas al estudio de las funciones cuadráticas (ceros, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, intervalos de positividad y negatividad)?
¿Se propició un trabajo con soft adecuados para el tratamiento de estas funciones?

Las preguntas propuestas serán ampliadas y/o modificadas en función de los saberes previos del grupo de alumnos, del plan de estudio que cursan, entre otras cuestiones.

## III. EN LA BÚSQUEDA DE ALTERNATIVAS: NUEVOS RECURSOS PARA VIEJOS PROBLEMAS

En diferentes sitios web podemos encontrar recursos que enriquecen el trabajo de los alumnos respecto de las funciones cuadráticas. A continuación presentamos algunas páginas que contienen propuestas que pueden resultar de interés, advirtiendo que el orden en que se enumeran no obedece a una propuesta de trabajo secuenciada.

**Función cuadrática parte I**
http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5521

En esta propuesta se describe la utilización del programa graficador del Geogebra, a fin de interpretar los parámetros de la función cuadrática expresada en forma polinómica y los parámetros de la función cuadrática expresada en forma canónica, y sus vinculaciones con la gráfica. Es aconsejable trabajarla en clase, potenciando la interacción entre pares, tal como se explicita en los objetivos propuestos.

**Función cuadrática**
http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5520

Esta propuesta permite para profundizar el estudio del eje de simetría, el vértice y las raíces de las funciones cuadráticas, utilizando el programa Geogebra para graficar. También resulta adecuada para proponerla en clase, atendiendo al mismo criterio que en la propuesta anterior.

**Función cuadrática parte II**
http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5522

Este recurso resulta adecuado para trabajar en clase, una vez resueltos problemas que promuevan la elaboración de fórmulas que modelicen diferentes fenómenos cuadráticos. La propuesta consiste en realizar una simulación animada de un fenómeno físico, en el que la función cuadrática constituye una herramienta de resolución. Dicha simulación se realiza mediante la aplicación Modellus.

**Función cuadrática en el básquet**
http://secuencias.educ.ar/mod/resource/view.php?id=5115

El recurso propuesto también permite potenciar el rol modelizador de las funciones cuadráticas. Como en el caso anterior, es aconsejable trabajarlo una vez resueltos algunos problemas que propicien la

elaboración de fórmulas referidas a fenómenos cuadráticos. En este caso es necesario interpretar los parámetros característicos en el contexto del problema.

**Función cuadrática**
http://escritorioalumnos.educ.ar/datos/funcion_cuadratica.html

Esta propuesta, adecuada para presentar como tarea en el aula y también como tarea domiciliaria. Propicia una tarea de modelización de problemas extramatemáticos, como así también interesantes reflexiones acerca de las características de las funciones cuadráticas como así también del dominio de las mismas.

I. NOTAS SOBRE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE ESTE TEMA

En cuanto al potencial modelizador de fenómenos de cambio de las funciones en general, y de las funciones cuadráticas en particular, resulta esencial la noción de dependencia. Esta noción involucra un vínculo entre cantidades tales que un cambio en una de ellas tendrá efecto sobre la otra. Pero la noción de dependencia no puede comprenderse sin la noción de variabilidad: la única manera de determinar que una magnitud depende de otra es hacer variar cada una de ellas por vez y constatar el efecto de la variación en la otra**.**

Sin embargo, en algunas propuestas de enseñanza persiste un tratamiento en el que se comienza definiendo variable y enseguida se establecen ejemplos en los que se anticipa cuál debe tomarse como variable independiente y cuál como dependiente, sin considerar que esta decisión, es en general, arbitraria.

Por ejemplo, se pide "Encontrar la formula del área de un cuadrado de lado x"; y luego se muestra que en la fórmula $\mathbf{y = x^2}$, señalando que "**x** e "**y**" no toman valores fijos, por lo que son variables". Se continúa presentando a "**x**" como la variable independiente por que es la que asignamos valores y a **"y"** como la dependiente pues obtiene a partir de "x", sin ningún tipo de reflexión referida a que también **"y**", en este problema, podría ser una variable independiente. Posteriormente suelen presentarse una serie de problemas en los que se solicita identificar las variables independientes y las dependientes, y se aceptan respuestas tales como "esta es la variable independiente porque está representada en el eje x" ó "el tiempo es siempre una variable independiente". Podemos notar que en situaciones como esas el alumno responde porque lo pide el docente, pero no por necesidad de la situación, en detrimento de la construcción de sentido de las nociones de independencia, de dependencia y de variabilidad.
El carácter dinámico de estas nociones estuvo ausente en las propuestas vigentes en décadas anteriores, que introdujeron las funciones como una relación entre dos conjuntos, tratamiento que deja de lado la dependencia y la variabilidad, que como dijimos, resultan esenciales para la modelización de procesos de cambio y que están en la naturaleza misma de la noción de función.
Debe tenerse en cuenta, además, que en muchas ocasiones las funciones que se les proporcionan a los alumnos para el estudio del dominio difícilmente son trabajadas desde otros aspectos, lo que genera un análisis muy parcial y un recorte poco conveniente para el tratamiento de las funciones desde la complejidad, tal como se señalaba al comienzo.

Atendiendo a las preguntas planteadas y las reflexiones realizadas, es adecuado abordar la enseñanza de las funciones cuadráticas a través del análisis de procesos en los que se puedan identificar algunas características distintivas de estas funciones: existencia máximos o mínimos, simetría, entre otras. Con relación a estas características, se presentarán problemas planteados en contextos matemáticos y extramatemáticos que permitan interpretar su significado. Además, se pondrán en juego en diversos problemas (por ejemplo, la simetría permitirá determinar el vértice de la parábola), permitiendo evitar la memorización de fórmulas.

También se propondrá un trabajo contextualizado en el sea necesario determinar el dominio y el codominio de las funciones en cuestión (por ejemplo, problemas referidos áreas, dado que en los mismos la variable independiente tiene necesariamente un dominio de definición, problemas que involucren al tiempo, etc).

Con relación a las formas de representación de estas funciones, es central discutir la potencia de cada una de ellas en función del problema planteado. Por ejemplo, las tablas resultan ventajosas para organizar la información pero tiene la desventaja de ser finitas, por lo que no brindan información acerca de los valores que no están tabulados. Las fórmulas resultan de utilidad a la hora de determinar valores de las variables. Las diferentes fórmulas ponen en evidencia algún aspecto particular (por ejemplo, mediante su lectura directa, $y = a (x – x_1) (x – x_2)$ permite identificar las raíces de la función mientras que mientras que $y = a (x – p)^2 + q$, las coordenadas del vértice.

Finalmente, es necesario tener en cuenta que el tratamiento de la función cuadrática posibilita potenciar la articulación de entre fórmulas y gráficas al abordar el análisis de los corrimientos de esta última, en función de la variación de los parámetros.

**Ana Lía Crippa**
**Graciela Chemello**

**Matemática. Áreas Curriculares**
**Dirección Nacional de Gestión Educativa**